



TITLE:

# Path Integral Approach to the Thermal Average of Local Observables

AUTHOR(S):

高麗, 徹

---

CITATION:

高麗, 徹. Path Integral Approach to the Thermal Average of Local Observables. 物性研究 1991, 55(5): 522-523

ISSUE DATE:

1991-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/94448>

RIGHT:

## 低次元ハイゼンベルグ模型の動力学

東大・物性研 高橋 實

Dynamical correlation function  $G_r(t) \equiv \langle S_r(t) \cdot S_0(0) \rangle$  and dynamical structure factor  $S_q(\omega)$  are calculated by the modified spin-wave theory for the low-dimensional quantum Heisenberg ferromagnets at low temperature. We use Dyson-Maleev transformation, ideal spin-wave states and the rotational averaging.  $S_q(\omega)$  satisfies the dynamic scaling relation. The explicit form of scaling function is obtained. The classical limit of our results are compared with molecular dynamics calculation. The agreement is surprisingly good.

## Path Integral Approach to the Thermal Average of Local Observables

学習院大・理 高麗 徹

経路積分の考えに従いトロッター公式などを使うと、 $d$ 次元量子系の局所観測量の熱平均値は  $d + 1$ 次元古典系の観測量の熱平均値で近似できる。このとき、密度行列を近似したことが新たな次

元（時間方向）となって現れる。また、もとの量子系の熱平均値を得るためには、近似の際、導入した分割数を無限大とする極限をとらなければならない。

このことについて、次の定理を得た。<sup>1)</sup>

**定理** 上記古典系のある実空間方向に対する相関距離が分割数に関して一様に有界ならば、その実空間方向の1つについての熱力学的極限（1次元的極限）と分割数を無限大とする極限の順序を交換できる。

言いかえれば、相関数が分割数に関係なく、距離に関して指数的に減衰しているならば、上記極限が交換できる。

この定理を実際に使うためには、相関距離の評価が必要となるが、相関距離は転送行列の2つの固有値のみ（1つは最大固有値）で書け、それらを計算することは比較的容易である。

実際、1次元 スピン-1/2 XXZ ハイゼンベルグ模型および1次元ハバード模型については我々が開発した有限温度のベータ仮説の方法によって相関距離を十分良い精度で評価できる。<sup>2, 3)</sup>

また、我々が新しく開発した数値計算法を使えば容易に転送行列の固有値を計算でき、相関距離の評価を得ることができる。この方法はモンテカルロ法によって転送行列の固有値を計算する方法であり、自由エネルギー（転送行列の最大固有値のみで書ける）も簡単に計算できる。今までにもモンテカルロ法によって自由エネルギーを計算しようとする試みは、1次の相転移や界面などの研

究のために, 数多くなされてきたが, 十分満足な結果が得られていなかった。

さて, このようにして, 相関距離の評価が得られ, 上の定理にいう2つの極限の順序が交換できることになると, 統計物理で重要な局所観測量の熱平均値, 特に相関関数の計算が非常に簡単になる。実際, 我々は上記2つの模型を含む一般的模型に対する相関関数の上限を与える評価式を得た。<sup>1)</sup>

## 文 献

- 1) T.Koma, reported at the annual meeting of Physical Society of Japan, March, 1990, Oosaka.
- 2) T.Koma, Prog. Theor. Phys. 78(1987), 1213;81(1989), 783;83(1990)
- 3) M.Yamada, J. Phys. Soc. Jpn. 59(1990), 848.

## Rigorous Bounds on the Susceptibilities of the Hubbard Model

筑波大・物理 久 保 健

相互作用定数 $U$ を持つ単バンドハバード模型は酸化物超伝導体に関連して最近盛んに研究されているが厳密な結果は一次元の場合を除きほとんど得られていない。我々はこの模型に関して次元温度によらず以下の定理が成り立つ事を報告した。

定理1: 引力( $U < 0$ )系で帯磁率  $\chi_q$  は次の不等式を満たす。

$$\chi_q \leq (4|U|)^{-1}$$

定理2: バイパートイト格子上の half-filled, 斥力( $U > 0$ )では電荷感受率 $\beta(\delta n_q, \delta n_{-q})$ 及び on-site pairing に対する感受率 $\beta(P_n, P_{-n})$ はつぎの不等式を満たす。

$$\beta(\delta n_q, \delta n_{-q}) \leq U^{-1}, \quad \beta(\delta P_q, \delta P_{-q}) \leq U^{-1}$$

ただし  $P_q$  は  $P = C_{\alpha\uparrow} C_{\alpha\downarrow}$  のフーリエ変換。

$$(A, B) = \int_0^1 dx \langle e^{\beta x H_A} e^{-\beta x H_B} \rangle$$

また, Falk-Bruch 不等式を用いると各々の場合に対応する長距離秩序は存在しない事が結論できる。

これらの結論は昔から予測されていたことであり, 定理2の場合には $T=0$ で感受率が0になる事が予測されているのだがそれは導けなかった。

定理2の証明は系のスピン空間に対する Reflection Positivity を用いて行われる。定理2は